

Билет №1.

1. Точка, прямая, отрезок.

Простейшими фигурами в геометрии являются *точка и прямая*, они не имеют определения, но их можно описать. Точка – след от прикосновения острозаточенного карандаша на бумаге, а прямая – ровная линия без начала и конца. (показать на рисунке) Следующие за ними фигуры определяются уже через них. *Отрезок* – это часть прямой, ограниченная двумя точками, включает в себя граничные точки (показать на рисунке). Точки могут принадлежать прямой, а могут и не принадлежать ей (показать на рисунке). Из трех точек на прямой, одна всегда лежит между двумя другими.

Существует утверждение: *через любые две точки можно провести прямую и притом только одну*. Две прямые на плоскости: 1) могут пересекаться, то есть иметь одну общую точку; 2) могут не пересекаться, то есть не иметь общих точек (показать на рисунке).

2. Первый признак равенства треугольников (сформулировать и пояснить на чертеже).

Если две стороны и угол между ними одного треугольника, соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

3. Задача по теме «Сумма углов треугольника».

В равнобедренном треугольнике угол при основании на 27° меньше угла, противолежащего основанию. Найдите углы треугольника.

Билет №2.

1. Луч, дополнительные лучи, плоскость и полуплоскость.

Луч – это часть прямой ограниченная одной точкой (показать на рисунке).

Дополнительные лучи – это лучи, исходящие из одной точки и составляющие вместе прямую (показать на рисунке).

Плоскость – одно из неопределяемых понятий геометрии, описательно: ровная поверхность, не имеющая края.

Полуплоскость – это часть плоскости, ограниченная прямой. Относительно прямой, разбивающей плоскость на две полуплоскости, точки могут лежать в одной полуплоскости, а могут лежать в разных полуплоскостях (показать на рисунке).

2. Второй признак равенства треугольников (сформулировать и пояснить на чертеже).

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника, соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

3. Задача по теме «Параллельные прямые».

Дано:

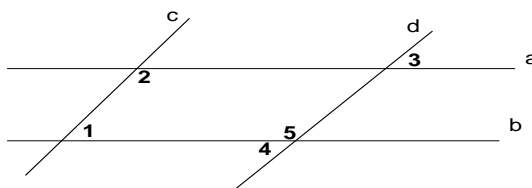
$$\sphericalangle 1 = 60^\circ,$$

$$\sphericalangle 2 = 120^\circ,$$

$$\sphericalangle 3 = 53^\circ,$$

Найти:

$$\sphericalangle 4, \sphericalangle 5$$



Билет №3.

1. Угол, виды углов, биссектриса угла.

Угол – это геометрическая фигура, состоящая из двух лучей, исходящих из одной точки. Точка называется вершиной угла, а лучи – сторонами угла (показать на рисунке).

Виды углов: (каждый угол показать на рисунке)

Острый – градусная мера, которого больше нуля, но меньше 90° .

Прямой – градусная мера, которого равна 90° .

Тупой – градусная мера, которого больше 90° , но меньше 180° .

Развернутый – градусная мера, которого равна 180° .

Биссектриса угла – это луч, исходящий из вершины угла, и делящий его на два равных угла (показать на рисунке).

2. Третий признак равенства треугольников (сформулировать и пояснить на чертеже).

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

3. Задача по теме «Параллельные прямые».

Отрезки AB и CD – диаметры некоторой окружности.

Докажите, что прямые AC и BD параллельны.

Билет №4.

1. Треугольник. Виды треугольников.

Треугольник – это геометрическая фигура, состоящая из трех отрезков, попарно соединенных между собой (показать на рисунке с обозначением).

Треугольники по видам углов делятся на (показать каждый вид на рисунке):

Остроугольные – треугольники, у которых все углы острые.

Прямоугольные – треугольники, у которых один угол прямой, два другие – острые.

Тупоугольные – треугольники, у которых один угол тупой, два другие – острые.

Треугольники по сторонам делятся на: *равносторонние* (все стороны равны), *равнобедренные* (только две стороны равны) и *разносторонние* (стороны не равны).

Показать каждый вид треугольников на рисунке.

2. Теорема о высоте равнобедренного треугольника, проведенной к основанию (сформулировать и пояснить на чертеже).

Высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является медианой и биссектрисой.

3. Задача по теме «Начальные понятия геометрии».

Угол MPK является частью угла MPH , равного 105° .

Найдите угол MPK , если известно, что он в четыре раза меньше угла KPH .

Билет №5.

1. Треугольник. Элементы треугольника.

Треугольник – это геометрическая фигура, состоящая из трех отрезков, попарно соединенных между собой. (показать на рисунке с обозначением)

Элементами треугольника являются – медиана, высота и биссектриса (все показать на рисунке).

Медиана треугольника – это отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной высоты.

Все три медианы любого треугольника пересекаются в одной точке.

Биссектриса треугольника – это отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину с противоположной стороной.

Все три биссектрисы любого треугольника пересекаются в одной точке.

Высота треугольника – это перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника на противоположную сторону, или ее продолжение.

Все три высоты, или их продолжения любого треугольника пересекаются в одной точке.

2. Теорема об угле в 30° в прямоугольном треугольнике (сформулировать и пояснить на чертеже).

В прямоугольном треугольнике, катет, лежащий напротив угла в 30° равен половине гипотенузы.

3. Задача на тему «Признаки равенства треугольников».

В треугольнике ABC $AB=BC$. Точки M и H середины сторон AB и BC . MD и HE перпендикулярны к прямой AC .

Докажите, что $\triangle AMD = \triangle CHE$.

Билет №6.

1. Измерение отрезков и углов.

Отрезок – это часть прямой ограниченная двумя точками, включает в себя граничные точки.

- Каждый отрезок имеет определенную длину, большую нуля. (привести пример с рисунком)
- Равные отрезки имеют равные длины. (привести пример с рисунком)
- Меньший отрезок имеет меньшую длину. (привести пример с рисунком)
- Длина отрезка, на котором отмечена точка, равна сумме длин отрезков, на которые делит его эта точка (привести пример с рисунком).

Угол – это геометрическая фигура, состоящая из двух лучей, исходящих из одной точки.

- Углы измеряются в градусах.
- Равные углы имеют равные градусные меры (привести пример с рисунком)
- Градусная мера меньшего угла меньше градусной меры большего угла (привести пример с рисунком)
- Если луч делит угол на два угла, то градусная мера всего угла равна сумме градусных мер этих углов (привести пример с рисунком).

2. Теорема о двух прямых перпендикулярных к третьей (сформулировать и пояснить на чертеже).

Две прямые, перпендикулярные к одной и той прямой, не пересекаются.

3. Задача по теме «Равнобедренный треугольник».

В треугольнике ABC $\angle BAC = \angle BCA$, биссектрисы AA_1 и CC_1 пересекаются в точке O . Докажите, что треугольник AOC – равнобедренный.

Билет №7.

1. Смежные и вертикальные углы.

Смежными углами – это два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются дополнительными лучами (показать на рисунке).

Свойство смежных углов: сумма смежных углов равна 180° .

Вертикальные углы – это два угла, у которых стороны одного угла являются продолжениями сторон другого (показать на рисунке).

Свойство вертикальных углов: вертикальные углы равны.

2. Свойство углов равнобедренного треугольника (сформулировать и пояснить на чертеже).

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

3. Задача по теме «Окружность».

В окружности с центром O проведены три радиуса OB , OC , OA , $\angle AOB = \angle BOC$.

Докажите, что $\angle OAB = \angle OCB$.

Билет №8.

1. Теорема. Обратная теорема. Доказательство методом от противного.

Теорема – это утверждение, справедливость которого устанавливается путем рассуждения. Само рассуждение называется доказательством теоремы.

Теорема обратная данной – это теорема, в которой условием является заключение данной теоремы, а заключением – ее условие. Например: Теорема: В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. Обратная теорема: Если в треугольнике два угла равны, то он является равнобедренным.

Следствие – это утверждение, которое выводится непосредственно из теоремы. Например: следствием из теоремы о высоте равнобедренного треугольника является: Медиана равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является высотой и биссектрисой.

Доказательство методом от противного заключается в следующем:

- 1) Делается предположение противоположное тому, что надо доказать.
- 2) Затем, исходя из предположения, путем рассуждений приходят к противоречию либо с условием, либо с известным фактом.
- 3) На основании полученного противоречия делается вывод о том, что предположение неверно, а значит верно то, что требовалось доказать.

2. Признак равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету(сформулировать и пояснить на чертеже).

Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.

3. Задача по теме «Равнобедренный треугольник».

Разность двух сторон тупоугольного равнобедренного треугольника равна 8 см, а его периметр равен 38 см.

Найдите стороны треугольника.

Билет №9.

1. Перпендикулярные прямые. Перпендикуляр к прямой.

Перпендикулярные прямые – это две прямые, которые при пересечении образуют четыре прямых угла (показать на рисунке).

Перпендикуляр к прямой – это отрезок, опущенный из точки на прямую под прямым углом. Точка пересечения отрезка и прямой называется основанием перпендикуляра (показать на рисунке).

Теоремы:

- 1) *Из точки, не лежащей на прямой, можно провести перпендикуляр к этой прямой и притом только один.*
- 2) *Две прямые, перпендикулярные к одной и той же прямой, не пересекаются.*

2. Признак равнобедренного треугольника (сформулировать и пояснить на чертеже).

Если в треугольнике два угла равны, то он является равнобедренным.

3. Задача по теме «Смежные и вертикальные углы».

Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равен 162° .

Найдите остальные углы.

Билет №10.

1. Равнобедренный треугольник.

Треугольник, у которого две стороны равны, называется *равнобедренным*. Равные стороны называются *боковыми сторонами*, а третья сторона – *основанием* (показать на рисунке).

Свойство равнобедренного треугольника: В равнобедренном треугольнике углы при основании равны (показать на рисунке).

Признак равнобедренного треугольника: Если в треугольнике два угла равны, то он является равнобедренным (показать на рисунке).

Теорема о высоте равнобедренного треугольника: Высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является медианой и биссектрисой (показать на рисунке).

Следствия из теоремы о высоте равнобедренного треугольника:

- 1) Медиана равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является высотой и биссектрисой (показать на рисунке).
- 2) Биссектриса равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является высотой и медианой (показать на рисунке).

2. Теорема о сумме углов треугольника (сформулировать и пояснить на чертеже).

Сумма углов треугольника равна 180° .

3. Задача по теме «Сумма углов треугольника».

Один из внутренних углов треугольника в 3 раза больше другого, а внешний угол, смежный с третьим внутренним углом, равен 100° .

Найдите все внутренние углы треугольника.

Билет №11.

1. Равносторонний треугольник и его свойства.

*Треугольник, у которого все стороны равны, называется **равносторонним** (показать на рисунке).*

Свойства равностороннего треугольника:

- 1) В равностороннем треугольнике все углы равны, каждый по 60° .
- 2) В равностороннем треугольнике высота, медиана и биссектриса, проведенные из одной вершины совпадают (показать на рисунке).
- 3) В равностороннем треугольнике все три высоты, медианы и биссектрисы, пересекаются в одной точке, которая называется центром треугольника (показать на рисунке).

2. Обратная теорема об угле в 30° в прямоугольном треугольнике (сформулировать и пояснить на чертеже).

Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий напротив этого катета, равен 30° .

3. Задача по теме «Параллельные прямые».

На сторонах AB и BC треугольника ABC взяты точки M и N соответственно; $\angle A = \angle BMN = 50^{\circ}$, $\angle C = 60^{\circ}$.

Найдите $\angle MNC$.

Билет №12.

1. Прямоугольный треугольник.

Прямоугольный треугольник – это треугольник, у которого один из углов равен 90° . Два другие – острые. Стороны образующие прямой угол называются *катеты*, а сторона, лежащая напротив прямого угла – *гипотенуза* (показать на рисунке).

Теоремы о прямоугольном треугольнике:

В прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90° (показать на рисунке).

В прямоугольном треугольнике катет, лежащий напротив угла 30° равен половине гипотенузы (показать на рисунке).

Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий напротив этого катета равен 30° (показать на рисунке).

В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная из вершины прямого угла равна половине гипотенузы (показать на рисунке).

В прямоугольном треугольнике гипотенуза всегда больше любого из катетов (показать на рисунке).

2. Теорема о серединном перпендикуляре к отрезку (сформулировать и пояснить на чертеже).

Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от концов этого отрезка.

3. Задача по теме «Равнобедренный треугольник».

В равнобедренном треугольнике угол при основании в 4 раза больше угла между боковыми сторонами.

Найдите углы треугольника.

Билет №13.

1. Признаки равенства прямоугольных треугольников.

Если катеты одного прямоугольного треугольника соответственно равны катетам другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны (показать на рисунке).

Если катет и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны (показать на рисунке).

Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны (показать на рисунке).

Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны (показать на рисунке).

2. Свойство вертикальных углов (сформулировать и пояснить на чертеже).

Вертикальные углы – это два угла, у которых стороны одного угла являются продолжениями сторон другого.

Свойство: Вертикальные углы равны.

3. Задача по теме «Признаки равенства треугольников».

На высоте AH равнобедренного треугольника ABC с прямым углом A взята точка O . Докажите, что треугольники AOB и AOC равны.

Билет №14.

1. Перпендикуляр. Наклонная. Расстояние от точки до прямой.

Перпендикуляр к прямой – это отрезок, опущенный из точки на данную прямую под прямым углом. Точка пересечения отрезка и прямой называется основанием перпендикуляра (показать на рисунке).

Наклонная – это отрезок, проведенный из данной точки на данную прямую, отличный от перпендикуляра. Точка пересечения наклонной и прямой называется основанием наклонной (показать на рисунке).

Утверждение: Перпендикуляр, проведенный из точки к прямой, меньше любой наклонной, проведенной из той же точки к этой прямой (показать на рисунке).

Расстояние от точки до прямой – это длина перпендикуляра, проведенного из этой точки к этой прямой. (показать на рисунке) Обозначается: $\rho(A, BC)$ – расстояние от точки A до прямой BC .

2. Свойство биссектрисы угла (сформулировать и пояснить на чертеже).

Каждая точка биссектрисы неразвернутого угла равноудалена от его сторон.

3. Задача по теме «Смежные углы».

Углы ABD и ABC смежные, луч BO – биссектриса угла ABD . Найдите $\angle OBD$, если $\angle ABC = 40^\circ$.

Билет №15.

1. Серединный перпендикуляр к отрезку (определение, теорема, обратная теорема, следствие).

Серединный перпендикуляр к отрезку - это прямая, проходящая через середину отрезка и перпендикулярная к нему (показать на рисунке).

Теорема о серединном перпендикуляре: Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от концов этого отрезка (показать на рисунке).

Обратная теорема: Каждая точка равноудаленная от концов отрезка лежит на серединном перпендикуляре к этому отрезку (показать на рисунке).

Следствие: Множество всех точек плоскости равноудаленных от концов отрезка, есть серединный перпендикуляр к этому отрезку (показать на рисунке).

2. Теорема о внешнем угле треугольника (сформулировать и пояснить на чертеже).

Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.

3. Задача по теме «Смежные углы».

Один из смежных углов в пять раз меньше другого.

Найти эти углы.

Билет №16.

1. Равные треугольники. Неравенство треугольника. Соотношения между сторонами и углами треугольника.

Фигуры называются равными, если их можно совместить наложением.

Утверждения о равных треугольниках (показать на рисунках):

- 1) Если два треугольника равны, то стороны и углы одного треугольника, соответственно равны сторонам и углам другого треугольника.
- 2) В равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы, а против равных углов – равные стороны.
- 3) В равных треугольниках соответствующие медианы, высоты и биссектрисы равны.

Теорема «Неравенство треугольника»: Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других его сторон (показать на рисунке).

Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника: В треугольнике против большего угла лежит большая сторона (показать на рисунке).

Обратная теорема о соотношениях в треугольнике: В треугольнике против большей стороны лежит больший угол (показать на рисунке).

2. Теорема о сумме углов прямоугольного треугольника (сформулировать и пояснить на чертеже).

Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .

3. Задача по теме «Равнобедренный треугольник».

Найдите периметр треугольника.

Если два его угла равны, а две стороны имеют длины 20 см и 10 см.

Билет №17.

1. Окружность. Хорды, дуги, углы.

Окружность – это множество точек плоскости равноудаленных от одной данной, которая называется центром окружности (показать на рисунке).

Радиус окружности – это отрезок, соединяющий центр окружности с какой-либо ее точкой (показать на рисунке).

Окружность задается своим центром и радиусом.

Хорда окружности – это отрезок, соединяющий две точки окружности (показать на рисунке).

Хорда, проходящая, через центр окружности будет являться ее *диаметром* (показать на рисунке).

Диаметр окружности равен двум ее радиусам (показать на рисунке).

Диаметр делит окружность на две полуокружности (показать на рисунке).

Дуга окружности – это часть окружности, ограниченная двумя точками (показать на рисунке).

Дуги измеряются в градусах, также как и углы. Градусная мера полуокружности равна 180° , всей окружности – 360° .

2. Теорема о внешнем угле треугольника (сформулировать и пояснить на чертеже).

Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов треугольника, не смежных с ним.

3. Задача по теме «Сумма углов треугольника».

В треугольнике ABC $\angle A = 20^\circ$, $\angle B = 100^\circ$. На стороне AB отмечена точка D так, что $\angle ACD = 40^\circ$.

Найдите углы треугольника BDC .